

## 開口によるビーム波回折界の広がり角の測定

溝 上 広\*・高 田 謙 次\*  
佐 賀 信 裕\*・田 中 和 雅\*

## Measurement of Divergence Angle of Diffracted Gaussian Beam

by

Hiromu MIZOKAMI,\* Kenji TAKADA,\*  
Nobuhiro SAGA,\* and Kazumasa TANAKA\*

The angular divergence is one of the important characteristics of a diffraction field. For a Gaussian beam incidence, the effect of an aperture on the beam will be neglected if its radius is large enough compared with the spread of the field which is called the spot size of the beam. When the ratio of the aperture radius to the spot size is larger than 1.6, the incident beam passes through the aperture with the loss of about 1%. Even in this case, the divergence angle of the diffraction field is rather different from that of the incident beam.

In this paper, the divergence angle is measured for various incident conditions. The results coincide with those obtained theoretically within the experimental errors.

## 1. まえがき

光学系に用いられるいろいろな素子の働きは、入射波によってその開口の有限性が重要な役割を果たす場合と、ほとんど問題にならない場合とがある。たとえば平面波入射の場合、すべての素子はその開口の大きさを含めた解析を行わなければならないが、ガウスビームのように、その界の広がりがある有限な入射波の場合、素子の開口がある程度大きければその開口の有限性の影響はほとんど無視でき、無限大の開口素子として取り扱ってよい。このビーム波の場合、界の広がりにはスポットサイズと呼ばれるパラメータで表わされるが、このスポットサイズと開口半径の比がどの程度であれば有限開口の影響がなくなるかを知ることが、実用上重要なことである。これまで主に開口からの透過パワーに着目し、その目安を開口半径対スポットサイズの比が2.0以上であれば開口の影響はなくな

り、近似的に無限大開口の素子と考えてよいという提案がなされている。<sup>1)</sup>一方、回折界の広がり角に着目して開口の影響を無視できる目安として、界強度のスポットサイズと開口半径の比が3.0以上になってはじめて無限大開口として取り扱ってよいという報告がなされている。<sup>2)</sup>これは、振幅のスポットサイズと開口半径の比に換算すれば大体2.0となり、従来の主張と一致する。

本論文ではこの広がり角を実験的に求め、従来回折界の計算に用いられているキルヒホフ・ハイゲンスの公式より求めた理論値と比較した。この結果、広がり角は入射条件によりかなり複雑に変化し、入射ビーム波の開口の位置での中心軸と開口周辺との位相差が小さいときは単調に変化するのに対し、それが大きいときは入射ビーム波の広がり角の上下に振動し、開口半径対スポットサイズの比が2.0以上になるとほとんど

昭和59年4月28日受理

\*電子工学科 (Department of Electronics)

ど入射ビーム波の広がり角と一致し、開口は無限大開口と考えてよいことが理論的あるいは実験的に確かめられた。実験はHe-Neレーザについて、円形開口を用いて行なった。

## 2. 円形開口によるビーム波の回折界およびその広がり角

入射波として次式で表わされるようなビーム波を考える。

$$\psi(\rho, z) = \sqrt{\frac{\kappa}{\pi}} \exp \left\{ -ik(z-z_s) - \frac{1}{2} \kappa^2 \sigma^2 \rho^2 \right. \\ \left. + i \tan^{-1} \xi \right\}, \quad (1)$$

ただし

$$\xi = \frac{2(z-z_s)}{k w_s^2}, \quad \kappa = \frac{\sqrt{2}}{w_s \sqrt{1+\xi^2}}, \\ \sigma^2 = 1 + i\xi. \quad (2)$$

これは  $z = z_s$  に最小スポットサイズ  $w_s$  を持つガウス分布した振幅と球面の等位相分布を持つビーム波で、ガウシアンビームと呼ばれる。(Fig. 1) 今、この

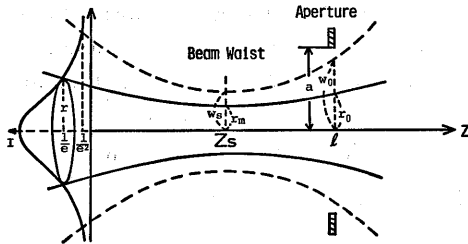


Fig. 1 The incident Gaussian beam, the aperture, and the definition of beam parameters

ビーム波が  $z = l$  にある半径  $a$  の開口に入射したとき、任意の点  $z$  における回折界  $U(\rho, z)$  は、よく知られたキルヒホフ・ハイゲンスの回折公式を用いて次式より求められる。

$$U(\rho, z) = \frac{ik}{2\pi(z-l)} \exp \{-ik(z-l)\} \int_0^a \int_0^{2\pi} \psi(\rho_0, l) \\ \exp \left[ -\frac{ik}{2(z-l)} \{ \rho^2 + \rho_0^2 - 2\rho\rho_0 \cos(\theta - \theta_0) \} \right] \rho_0 d\rho_0 d\theta_0, \quad (3)$$

上記の  $\psi(\rho_0, l)$  に式(1)を代入し、 $\theta_0$  に関して積分を行なえば次式を得る。

$$U(\rho, z) = \frac{ik\kappa_0}{\sqrt{\pi}(z-l)} \exp \left\{ -ik(z-z_s) + i \tan^{-1} \xi_0 - \frac{ik\rho^2}{2(z-l)} \right\}$$

$$\int_0^a J_0 \left( \frac{k\rho\rho_0}{z-l} \right) \exp \left\{ -\frac{1}{2} \kappa_0^2 \sigma_0^2 \rho_0^2 \right\} \rho_0 d\rho_0 \quad (4)$$

ここで添字“0”は各パラメータの開口上での値を示し、 $J_0$ は零次のベッセル関数である。ここで入射ビーム波のビームウエイストの位置  $z_s$  を  $z_s = 0$  と選び、さらに次のパラメータを導入する。

$$Na = \frac{ka^2}{z-l}, \quad x = \kappa_0 a = \frac{a}{r_0}, \quad p = \frac{2l\lambda}{w_s^2} = \frac{l\lambda}{r_m^2} \quad (5)$$

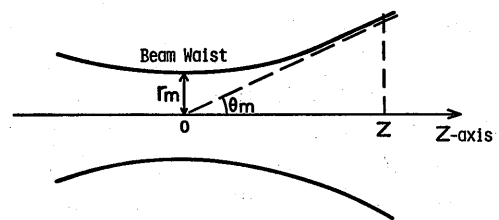
パラメータ  $rm$  および  $r_0$  は強度が中心軸上の  $1/e$  になるまでの距離の最小値および開口上での値である。

以下ではこれを強度のスポットサイズと呼ぶことにする。これらのパラメータを使って式(4)を変形し、その強度  $|U|^2$  を求めれば次のようになる。

$$|U(\rho, z)|^2 = \frac{Na^2\kappa_0^2}{\pi} \left\{ \left[ \int_0^1 R_0 J_0(NaR_0R) \exp \left( -\frac{1}{2} x^2 R_0^2 \right) \cos \left( \frac{p}{4\pi} x^2 R_0^2 \right) dR_0 \right]^2 \right. \\ \left. + \left[ \int_0^1 R_0 J_0(NaR_0R) \exp \left( -\frac{1}{2} x^2 R_0^2 \right) \sin \left( \frac{p}{4\pi} x^2 R_0^2 \right) dR_0 \right]^2 \right\} \quad (6)$$

ただし  $R = \rho/a$  である。式(6)を用いて回折界を求め、十分遠方における界強度が中心軸上の  $1/e$  になる点までの距離  $r'$  と、開口からその点までの距離との比により回折界の広がり角 (これを  $\theta_m'$  とする) が求まる。

一方、開口がない場合すなわち入射ビーム波そのものの広がり角は式(1)より直ちに求まり、次式で与えられる。(Fig. 2)



$$\theta_m = \tan \theta_m = \frac{1}{k r_m}$$

Fig. 2 Divergence angle of a Gaussian beam

$$\theta_m = \tan \theta_m = \frac{r}{z} \quad (7)$$

従って、入射ビーム波と回折界の広がり角の比は次式で与えられる。

$$\frac{\theta_m}{\theta_m'} = \frac{r/z}{r'/z} = \frac{r}{r'} = \frac{r/a}{r'/a} \quad (8)$$

式(8)では、広がり角は観測点  $z$  が十分遠方としたとき

の界分布によって定義されることを用いた。

### 3. 実験および結果

実験は  $He-Ne$  レーザ (発振波長 6328 オングストローム) を用いて行なった。遠方界の分布を有限な距離の点で実現するために、焦点距離  $f = 500$  mm のレンズを用いた。これは観測点  $z$  を  $(z-l) = f$  となるように選べば、そこでの界分布は無限遠点でのものが再現されるという、よく知られた事実を用いたものである。開口は薄い金属箔に微小ドリルで穴をあけたもので、その直径は 0.4mm から 4.9mm まで変えて実験を行なった。検出器はアルミ箔に微小孔をあけたものでフォトダイオードを覆い、これをマイクロメータ付の台に固定し伝搬軸に垂直な方向に走査できるようにしたものを用いた。横軸分布 (伝搬軸に垂直方向の分布) の測定の際、その分布の広がり方により、0.02mm から 0.1mm の間隔で界分布を測定した。以上の方法により求めた広がり角の結果を Fig. 3 (a)~(d) に示す。図では式(5)で定義された  $p$  をパラメータとして、開口上での開口半径対強度のスポットサイズの比、 $a/r_0$  に対する回折界の広がり角の変化を示している。ただしこの広がり角は入射ビーム波の広がり角との比で表わされており、その値が 1.0 より小さい部分は開口によりビームが広げられる領域、1.0 より大きい部分は開口によりビームが絞られる領域である。パラメータ  $p$  は定義より明らかにように、入射ビーム波のビームウエイストから開口までの距離  $l$  に比例しており、これはまた入射ビーム波の等位相分布の曲率にも関連している。本実験においては等位相面が平面となるビームウエイスト ( $p=0$ ) に開口を置いた場合は行っていないが、 $p=1.0$  とほとんど同じ傾向で、 $\theta_m/\theta_m'$  は単調に増加し、1.0 に漸近する。 $p>0$  は等位相面が開口上で凸の曲率を持っていることを示し、この  $p$  の値が大きくなるに従って開口の位置での中心軸と開口周辺との位相差が大きくなる。ここに示した  $p$  より大きな値に対しては広がり角の振る舞いはより複雑になり、 $\theta_m/\theta_m'$  は 1.0 の上下に大きく振動しながら 1.0 に漸近する。<sup>3),4)</sup> これらすべてについて  $a/r_0$  が 3.0 以上になると広がり角  $\theta_m'$  はほとんど  $\theta_m$  に等しく、開口の影響は無視できると考えられる。これを振幅のスポットサイズ (開口上でのこの値を  $w_0$  とする) に変換してみると、 $r_0 = w_0/\sqrt{2}$  の関係により  $a/w_0 \simeq 2.1$  となり、これまで言われてきた開口半径がスポットサイズの 2 倍以上になればその影響はほとんど無視できるとの結論<sup>1)</sup> と一致する。

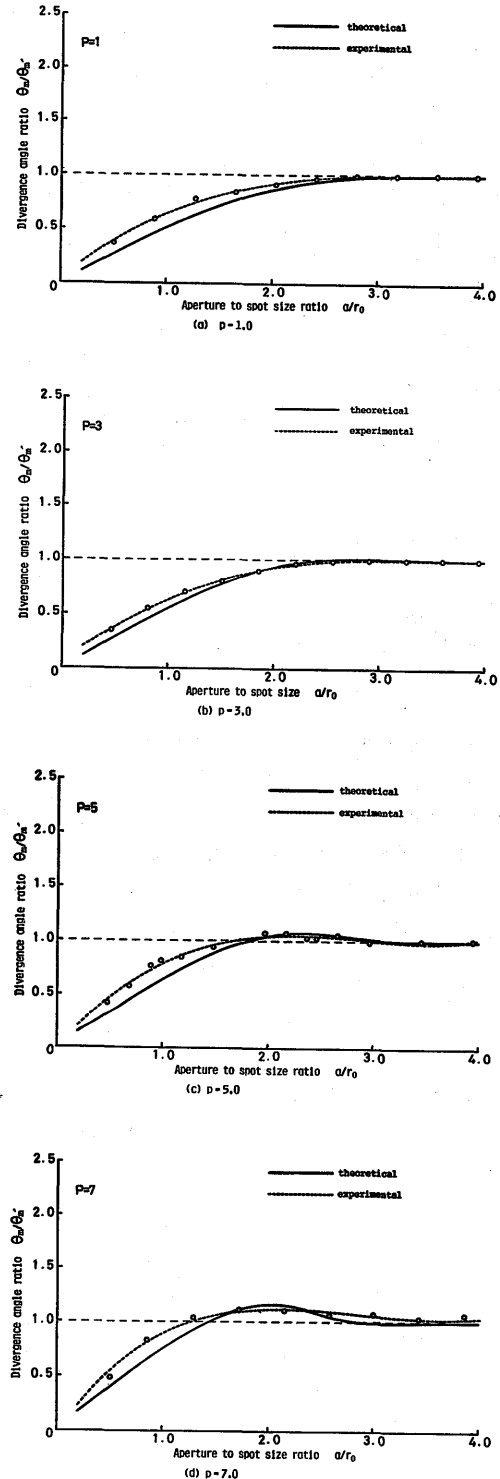


Fig. 3 Divergence angle as a function of the ratio of aperture radius  $a$  to the intensity spot size  $r_0$  with  $p = l\lambda/r_0^2$  as a parameter

理論値と実験値とを比較すると、すべての場合について  $\theta_m/\theta'_m$  の値は実験値の方が大きくなっている。このすべての場合に適用できる理由づけを行なうことはできないが、つねに入ってくる誤差として、1) 開口の形状が完全な円形からずれていること、2) ビームの中心軸と開口の中心の間のずれ、3) 検出器の受光面の大きさの影響、および4) レンズと受光面の間の距離の誤差などが考えられる。いずれもこれらを完全に除去することはほとんど不可能と思われる。これらの誤差の影響を個々に考慮して理論値の方を修正し、実験値とより近づける方法をとってもすべての場合にうまく行くとは限らず、今後より正確な実験を行なう際に検討していくべき問題であると考えられる。

本実験では無限遠方領域での界分布を実験室内で実現するため焦点距離 500mm のレンズを用いたが、この焦点の位置での界分布の測定は非常に正確さを要求し、わずかの誤差が遠方領域に変換したとき、大きく影響をおよぼし、誤差が小さくならない最大の原因の一つと思われる。

#### 4. むすび

開口によるビーム波回折界の振る舞いを調べる一つの方法としてその広がり角に注目し、それを実験的および理論的に検討した。一般に回折界は開口上での等位相分布に大きな影響を受け、これまで主にその問題が詳しく調べられているが、ビーム波の振幅分布の特徴が現われる本実験では位相分布と共にそれが回折

界に本質的に影響を与えていることがわかった。そして開口がビーム波に影響を与える目安として、開口半径がその位置での振幅のスポットサイズの2倍あるいは強度のスポットサイズの3倍としてよいことが理論的及び実験的に明らかになった。入射ビーム波の開口の位置での中心軸と開口周辺との位相差がより大きいとき(本論文におけるパラメータ  $p$  のより大きな値に対応)は広がり角の振る舞いはより複雑になり、実験と理論との比較検討にはなお実験方法の改良を要する。

遠方界の分布を実験室内で実現するため、レンズを用いてその焦点の位置で観測する方法をとったが、これを実際に回折界の遠方領域で直接測定することも考えられる。しかしこの場合、各点での回折界の強度が弱くなり、検出器の感度が問題になる。これも今後の検討課題と思われる。

#### 参 考 文 献

- 1) K. Tanaka, M. Shibukawa, and O. Fukumitsu, IEEE Trans. MTT, **MTT-20**, 11, (Nov. 1972)
- 2) P. Belland and J. P. Crenn, Appl. Opt., **21**, 3, (Feb. 1982)
- 3) 溝上, 佐賀, 田中, 昭和58年度電気関係学会九州支部連合大会, 526
- 4) 溝上, 佐賀, 田中, 昭和59年度電子通信学会総合全国大会, 1214